

V. STRUKTRURA A VLASTNOSTI PEVNÝCH LÁTEK

5.1 Krystalické a amorfní látky

a) **pevné látky** dělíme podle uspořádání částic na **krystalické** a **amorfní**

b) **krystalické látky** – mají **dalekodosahové uspořádání**, tj. pravidelné uspořádání částic látky (atomů, iontů, molekul) do krystalových mřížek

– vyskytují se jako

– **monokrystaly**: určité uspořádání se vyskytuje pravidelně (periodicky) v celém krystalu

– některé mají pravidelný geometrický tvar

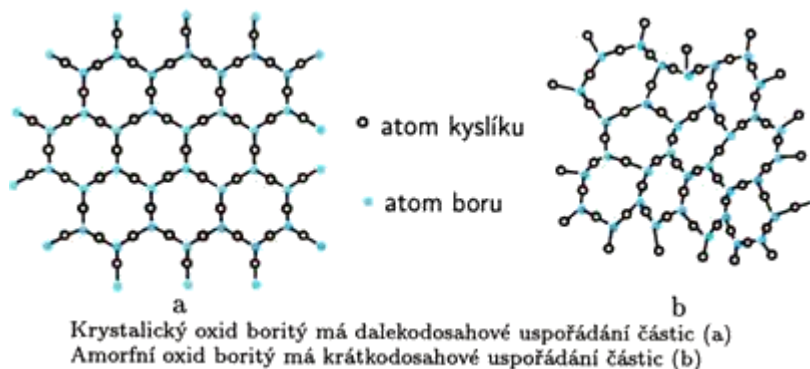
– **anizotropní**, tj. některé vlastnosti látek jsou závislé na směru vzhledem ke stavbě krystalu (např. slída se lehce štípe na tenké lístky v určitých směrech)

– např. NaCl, SiO₂ (křemen) a jeho barevné odrůdy (ametyst, růženín,...), diamant uměle vyrobené: rubín (umělý drahokam), monokrystalické polovodičové látky (Si, Ge,...)

– **polykrystaly**: většina krystalických látek (kovy, zeminy,...)

– skládají se z velkého počtu **drobných krystalků** – tzv. zrn (10 μm–nm), uspořádání zrn pravidelné, vzájemná poloha zrn však nahodilá

– **izotropní** (isos = stejný, tropos = směr, způsob): vlastnosti látek jsou ve všech směrech uvnitř krystalu stejné – způsobeno různou orientací zrn (např. kovová tyč se s rostoucí teplotou roztahuje všemi směry stejně)



c) **amorfní látky** – mají **krátkodosahové uspořádání**, tj. periodické uspořádání částic omezeno na velmi malou vzdálenost (10⁻⁸ m), pro větší vzdálenost pravidelnost porušena

– např. sklo, pryskyřice, vosk, asfalt, plasty,...

– polymery: zvl. skupina amorf. látek organického původu (dlouhé makromolekuly stočeny do klubek, propleteny, vytvářejí síť)

– např. pryž (guma), kaučuk, celulóza, bavlna, bílkoviny, celofán, termoplasty (PVC), polyepoxidové a polyesterové pryskyřice,...

d) **příklad**

① Proč sníh při mrazivém počasí při chůzi skřípe pod botami?

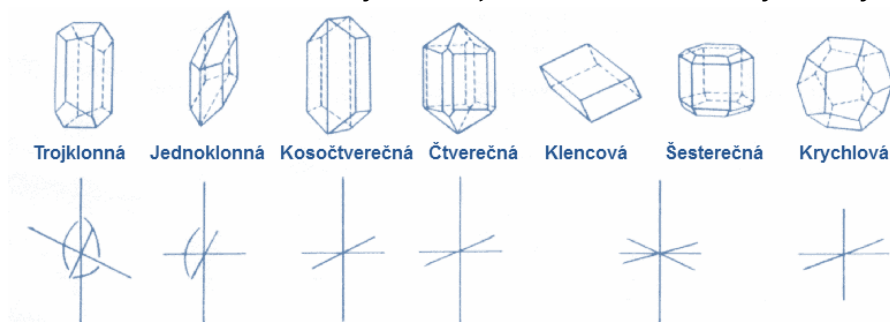
Protože sníh jsou **sněhové vločky**, což je typ **monokrystalu**. Při šlápnutí na sníh rozbíjíme tuto strukturu, praská, což vydává daný zvuk.



5.2 Ideální krystalová mřížka

a) ideální krystalová mřížka – model uspořádání částic v krystalu

- základem tzv. **elementární (základní) buňka**, tj. základní rovnoběžnostěn (např. krychle)
o hraně a – tzv. **mřížkový parametr** (mřížková konstanta), v němž jsou umístěny jednotlivé částice (kolečky zakresleny jen jejich rovnovážné polohy)
- podle tvarů elementární buňky rozlišujeme 7 základních krystalových soustav:

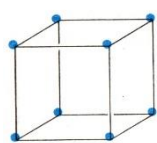


- v přírodě velký počet krystalových mřížek (liší se tvarem a rozměry buněk, polohami a druhem částic v buňkách)
- my se budeme pro jednoduchost zabývat dále krychlovou soustavou

b) krychlová soustava – základní buňka tvaru krychle s mřížkovým parametrem a (délka hrany krychle)

- druhy:

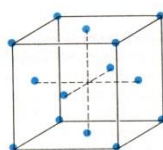
prostá (primitivní)



(např. polonium alfa)

- výskyt: výjimečně

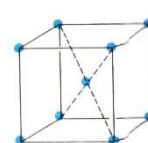
plošně centrovaná



(např. hliník)

Al, Ni, Cu, Ag, Au, Fe_γ

prostorově centrovaná

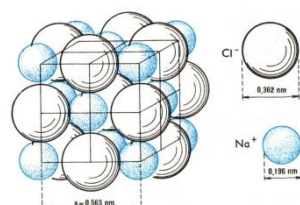


(železo alfa)

Fe_α, Li, Na, K, Ce, W

- složitější:

NaCl – iontový krystal (2 stejné, plošně centrované kubické mřížky)



- jedna kubická mřížka z iontů Na⁺, druhá Cl⁻

- obě navzájem posunuty ve směru hrany krychle o $\frac{1}{2}a$

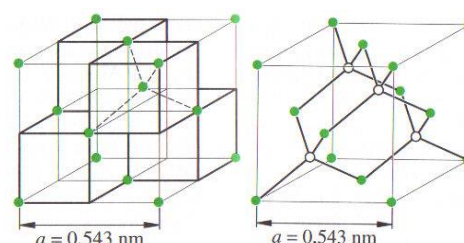
- např. i krystaly LiF, AgBr, HgO, KCl, PbS

křemík Si – základem plošně centrovaná kubická mřížka rozdělená na 8 stejných

krychliček → v rozích krychliček atomy Si a ve středech 4 z nich (silně vytažené krychle) další Si (pro přehlednost vyzn. jen v jedné krychličce a prázdnými kolečky)

- uspořádání je důsledkem schopnosti každého atomu Si vytvářet kovalentní vazby se 4 jinými atomy

- např. diamant, germanium, šedý cín, karbid křemíku SiC (průmyslové brusivo karborundum)

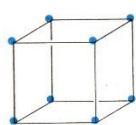


c) ideální krystaly – částice v krystalech dokonale uspořádány (viz předchozí typy)

d) příklady

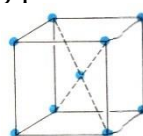
- ① Kolik atomů připadá na jednu elementární (základní) buňku, která je

a) primitivní,



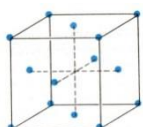
– každý vrchol je společný
8 buňkám, tj. $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$ atom

b) prostorově centrovaná,



– každý vrchol je společný
8 buňkám, tj. $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$ atom
– uprostřed 1 atom
– celkem: $8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2$ atomy

c) plošně centrovaná?



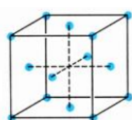
– každý vrchol je společný 8 buňkám, tj. $8 \cdot \frac{1}{8} = 1$ atom
– každá ze 6 stěn je společná 2 sousedním buňkám, tj. $6 \cdot \frac{1}{2} = 3$ atomy
– celkem: $8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 1 + 3 = 4$ atomy

- ② Kolik atomů je obsaženo v olověné krychliče o hraně 1,0 mm? Olovo má plošně centrovanou elementární buňku o mřížkové konstantě 0,494 nm. [asi $3,3 \cdot 10^{19}$]

$$h = 1,0 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$a = 0,494 \text{ nm} = 0,494 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$n = ?$$



4 atomy na buňku

$$V = h^3 \quad V' = a^3$$

$$n = 4 \cdot \frac{V}{V'}$$

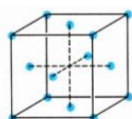
$$n = \frac{4 \cdot (1 \cdot 10^{-3})^3}{(0,494 \cdot 10^{-9})^3} \doteq 3,3 \cdot 10^{19}$$

- ③ Určete hustotu hliníku v pevném skupenství, má-li plošně centrovaná buňka Al mřížkový parametr $a = 0,405 \text{ nm}$ ($A_r = 26,98$). [$2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$]

$$a = 0,405 \text{ nm} = 0,405 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$A_r = 26,98 \doteq 27$$

$$\rho = ? \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$



4 atomy na buňku

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3}$$

$$\rho = \frac{n \cdot A_r \cdot m_u}{a^3}$$

$$\rho = \frac{4 \cdot 27 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{(0,405 \cdot 10^{-9})^3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \doteq 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$m = n \cdot m_0 = n \cdot A_r \cdot m_u$$

- ④ Určete mřížkovou konstantu wolframu, který má prostorově centrovanou elementární buňku ($A_r = 183,9$; $\rho = 19,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) [0,317 nm]

$$A_r = 183,9$$

$$\rho = 19,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$a = ? \text{ m}$$



2 atomy
na buňku

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3}$$

$$\rho a^3 = n A_r m_u$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{n A_r m_u}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 183,9 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{19,1 \cdot 10^3}} \text{ m}$$

$$a = 3,17 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,317 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,317 \text{ nm}$$

$$m = n \cdot m_0 = n \cdot A_r \cdot m_u$$

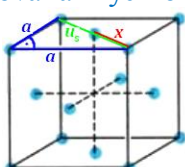
$$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

- ⑤ Vypočítejte vzdálenost nejbližších sousedů v krystalové mřížce mědi (plošně centrovaná, $a = 0,361 \text{ nm}$) a sodíku (prostorově centrovaná, $a = 0,423 \text{ nm}$). [0,255 nm, 0,366 nm]

měď: plošně centrovaná krychlová buňka

$$a = 0,361 \text{ nm}$$

$$x = ? \text{ nm}$$



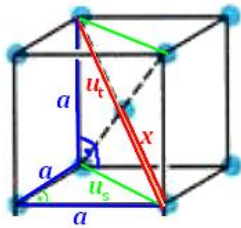
$$x = \frac{u_s}{2}$$

$$x = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{0,361 \cdot \sqrt{2}}{2} \text{ nm} = 0,255 \text{ nm}$$

$$\text{z Pyth. v. } u_s^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow u_s = a\sqrt{2}$$

sodík: prostorově centrovaná krychlová buňka

$$\frac{a = 0,423 \text{ nm}}{x = ? \text{ nm}}$$



$$x = \frac{u_t}{2} \quad \text{z Pyth. v.} \quad u_t^2 = a^2 + u_s^2 \quad u_s^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$x = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad u_t^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow u_t = a\sqrt{3}$$

$$x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{0,423 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{ nm} = 0,366 \text{ nm}$$

- ⑥ Vypočítejte mřížkový parametr krystalu Fe_α , který má prostorově centrovanou základní buňku tvaru krychle ($A_r = 55,85$; $\rho = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) [0,287 nm]

$$\frac{A_r = 55,85}{\rho = 7,87 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} \\ \frac{a = ? \text{ m}}$$



2 atomy
na buňku

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3} \quad m = n \cdot m_0 = n \cdot A_r \cdot m_u$$

$$\rho a^3 = n A_r m_u \quad m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{n A_r m_u}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 55,85 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{7,87 \cdot 10^3}} \text{ m}$$

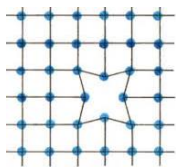
$$a = 2,867 \cdot 10^{-10} \text{ m} \doteq 0,287 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,287 \text{ nm}$$

5.3 Poruchy krystalové mřížky

a) **reálné krystaly** – mnoho odchylek od pravidelného rozložení částic → poruchy (defekty)

b) **poruchy bodové**

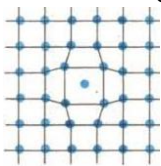
– **vakance** (= volné místo, uvolnění místa): neobsazení rovnovážné polohy částic v krystalové



mřížce

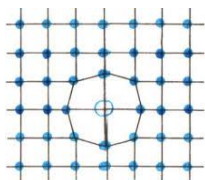
- příčinou: tepelný pohyb, ozáření krystalu → některé částice se uvolní
- např. často slitiny kovů

– **intersticiální** (= uložený v mezeře): částice je v místě mimo pravidelný bod



- souvisí s vakancí: částice se buď přesune na povrch krystalu, nebo zůstane v intersticiální poloze
- pokud iont → způsobuje při svém pohybu elektrickou vodivost iontového krystalu

– **příměsi** (nečistoty): cizí částice (atomy) vyskytující se v krystalu daného chemického prvku



- buď v poloze intersticiální (např. snadná absorpce atomů H_2 , O_2 , N_2 v kovech → vliv na různé vlastn. druhů oceli),
- nebo nahrazují některé vlastní atomy mřížky – tzv. substituční atomy (např. B, P do Si, Ge → ovlivňují elektr. vodivost látky – příměsové polovodiče; umělé rubínové monokrystaly – v bezbarvém průhled.

Al_2O_3 se nahradí 0,5 % iontů Al^{3+} ionty Cr^{3+} → tmavočervený rubín → k výrobě laserů)

c) **jiné poruchy**

– **čárové (dislokace)**: porušení pravidelného uspořádání podél tzv. dislokační čáry

- vytvářejí se přirozeným způsobem v krystalech při jejich růstu (bez dislokací je krystal obtížně vyrobitelný)
- díky nim menší pevnost krystal. látek (než jakou by mohly mít při dokonalé krystalové struktuře) – jen asi 0,1 %

5.4 Vazby v krystalech

a) vazby v krystalech – mezi částicemi pevné látky působí vždy vazebné síly (váží k sobě částice, z nichž se skládá krystalová mřížka)

b) typy vazeb a k nim příslušných krystalů

– **iontová:** u krystalů alkalických halogenidů (např. NaCl, KBr, CaCl, LiF), oxidů alkalických zemin (např. CaO)

- vzniká mezi atomem s malým počet elektronů ve valenční slupce (jejich ztrátou se přemění na kladně nabitý iont se zcela zaplněnou poslední vnější slupkou), a atomem, kterému se nedostává tento malý počet elektronů ve valenční slupce (a jejich doplněním přejde v iont nabitý záporně) → oba ionty se pak chemicky váží přitažlivými elektrostatickými silami v molekulu

– např. u molekuly NaCl – ionty Na^+ a ionty Cl^- se střídají v mřížce

– **iontové krystaly:** značně tvrdé, poměrně vysoká teplota tání (více než 500 °C)

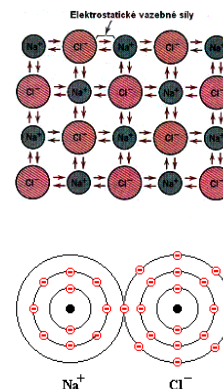
- velmi křehké (při mech. namáhání velké kationty blíže → zvětšení odpudivých sil)

– štěpení podél rovin kolmých na hrany základní buňky

– za běžných teplot dobré elektrické izolanty (nejsou volné ionty), při vyšších vodivé

– pro viditelné světlo většinou propustné

- molekuly mohou ve vodném roztoku disociovat, tj. rozložit se na kladný a záporný iont a vytvořit elektrolyt → dobře vede el. proud



– **kovalentní (atomová) vazba:** mezi 2 sousedními atomy tvořena dvojicí elektronů (tzv. vazebním elektronovým párem), které jsou společně sdíleny oběma atomy

- působení daného atomu směřuje pouze k atomu, s nímž sdílí elektronový pár (tzv. směrová vazba), vazby se účastní jen valenční elektrony, každý elektron jen v 1 vazbě

– např. křemík: každý atom má 4 valenční elektrony, tj. vytváří 4

kovalentní vazby (vazby velmi pevné)

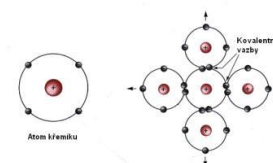
- atomy vytvářejí jednu obrovskou makromolekulu – makrokrystal (atomy pravidelně uspořádány)

– **kovalentní krystaly:** tvrdé, vysoká teplota tání

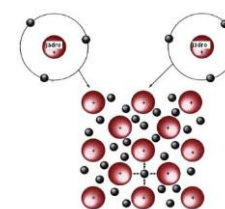
– nerozpustné v běžných rozpouštědlech, elektrické izolanty nebo polovodiče

– např. Ge, Si, diamant, cín, karbid křemíku

– diamant (nejtvrdší minerál): vyrábí se i synteticky – použití pro technické opracování materiálů (řezací a brousící kotouče, pasty, vrtáky)



- **kovová vazba:** mřížka kovu se skládá z kladných iontů, mezi nimiž se pohybují neuspořádaným pohybem valenční elektrony (vytvářejí tzv. elektronový plyn) tyto volné elektrony mezi těmito kladnými ionty jednak odstiňují jejich elektrostatické odpudivé síly a zároveň působí jako „lepidlo“, které je váže dohromady



– **kovové krystaly:** méně pevné ve srovnání s iontovými a kovalentními krystaly

– dobrá tepelná a elektrická vodivost, dobrá kujnost a tažnost, nejsou štěpné

– povrchový lesk, v silnějších vrstvách neprůhledné

– např. Cu, Fe, Al, W

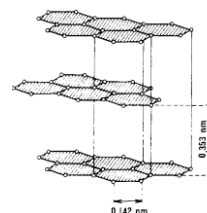
- **vodíková vazba (vodíkový můstek):** v krystalech s vodíkovou vazbou, např. kyslíkové ionty v krystalech ledu H_2O , častá vazba i v organických látkách
- např. každá molekula vody má 4 nejbližší sousedy, s nimiž je spojena vodíkovými vazbami, molekuly jsou uspořádány ve velkých stabilních skupinách a tvoří ledové krystaly
- v kapalném skupenství jsou skupiny menší a méně stabilní, proto jsou ve vodě více stěsnané než v ledu → led má menší hustotu než voda
- led: nízká tepelná vodivost, křehký, plave na vodě

- **Van der Waalsova:** slabá vazba (slabší než přechozí)

- hlavně krystaly inertních plynů stabilních jen při velmi nízkých teplotách (např. Ne za normálního tlaku při teplotě menší než 24 K), dále J_2 , Cl_2 , O_2 , H_2 za nízkých teplot, četné organické sloučeniny (např. methan)
- je-li relativní molekulová hmotnost dost velká (např. parafín) → existují v pevném skupenství i za pokojové teploty
- **krystaly tzv. molekulové:** měkké s nízkou teplotou tání

c) v reálných krystalech: často více typů vazby (např. Van der Waalsova u všech pevn. látek)

- např. grafit (tuha): atomy uhlíku pevně vázány kovalentně do sítí pravid. šestiúhel., mezi vrstvami slabá van der Waalsova → snadno se otírá
- kombinace vazby kovové a kovalentní: karbidy, nitridy a boridy
 - karbidy: hodně tvrdé, těžko tavitelné, chemicky odolné → k výrobě břitů obráběcích strojů, v raketové technice, chemická zařízení
 - nitrid niobu NbN : perspektivní supravodivý materiál
- v mřížkách obsahující atomy více než dvou prvků: smíšené vazby
- amorfni látky: nemají zásadně jiné typy vazeb než látky krystalické



d) příklady

- Proč lze psát křídou dobře na matnou tabuli, ale špatně na tabuli lesklou? Proč na křídou, pokud slabě píše, musíme přitlačit?
 - křída má jako tuha smíšené vazby mezi atomy, atomy jsou pevně vázány kovalentními vazbami, mezi jednotliv. vrstvami je slabá Van der Waalsova vazba – proto se snadno otírá
 - u matné tabule dochází snadněji k otírání křídou (oddělování jednotlivých vrstev) – větší třecí síly mezi krajní vrstvou křídou a horní vrstvou tabule, u lesklé tabule je menší tření
 - na křídou slabě píšící musíme přitlačit, aby se snáze narušily vazby mezi jednotliv. vrstvami atomů – zvětšujeme třecí sílu

- Kolik volných elektronů je v měděné kostce o hmotnosti 1,0 g? Jaká je celková hmotnost těchto elektronů? Předpokládáme, že od každého atomu mědi se uvolní 1 elektron.

($A_r(\text{Cu}) = 63,546$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) [$9,5 \cdot 10^{21}$; $8,6 \cdot 10^{-9}$ kg]

$$m = 1,0 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg (Cu kostky)}$$

$$A_r(\text{Cu}) = 63,546$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronu)}$$

$$N = ?$$

$$M = ? \text{ kg (celková hm. elektronů)}$$

- počet volných elektronů: počet atomů (potřebujeme hmotnost 1 atomu Cu)

$$N = \frac{m}{m_a} \quad A_r = \frac{m_a}{m_u} \Rightarrow m_a = A_r \cdot m_u$$

$$N = \frac{m}{A_r \cdot m_u} = \frac{10^{-3}}{63,546 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} = 9,5 \cdot 10^{21}$$

$$M = N \cdot m_e = 9,5 \cdot 10^{21} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 8,6 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

5.5 Deformace pevného tělesa

a) deformace tělesa – změna rozměrů, tvaru nebo objemu tělesa způsobená vnějšími silami – tzv. deformačními

- nutno vynaložit práci vnějších sil → dojde ke změně vzájemné polohy mezi částicemi (např. oddálí se, přiblíží se, pootočí se, odtrhnou se, apod.)

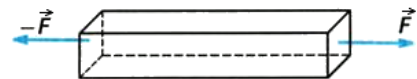
b) druhy deformací podle trvání

- **pružná (elastická)**: dočasná, přestanou-li působit deformační síly → deformace vymizí
 - **tělesa elastická (pružná)**: např. pružina, pryžové vlákno, ohnutí ocelového pásu
- **tvárná (plastická)**: trvalá, deformace přetrvává, i když přestanou působit deformační síly
 - **tělesa plastická (tvárná)**: plastelína, kování, válcování kovových předmětů
- **v technické praxi**: zpravidla oba druhy současně (např. polička s knihami se prohne, po odstranění knih se částečně narovná, ale ne úplně; dlouho zatížená pružina)

c) druhy deformací podle způsobu působení deformačních sil na těleso

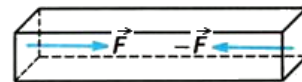
– **tahem**: na těleso působí 2 stejně velké síly ve směrech ven z tělesa

- v kolmém směru se vzdálenosti částic zmenšují, v podélném zvětšují
- např. lana



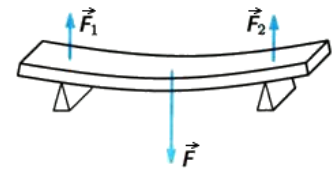
– **tlakem**: na těleso působí 2 stejně velké síly ve směrech dovnitř tělesa

- v podélném směru se vzdálenosti částic zmenšují, v kolmém zvětšují
- např. zdi, pilíře, nosníky, podpěry, ...



– **ohybem**: deformační síla působí kolmo k podélné ose

- horní vrstvy deformovány tlakem (vzdálenosti částic se zkracují)
- spodní vrstvy deformovány tahem (vzdálenosti částic se zvětšují)
- střední vrstvy (tzv. neutrální vrstva) zachovávají svoji délku
- např. tyče (mohou být deformovány i svou vlastní tíhou – prohnu se), nosníky – neutrální vrstva zeslabena – tvar I, T, U



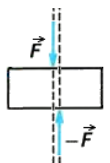
– **smykem**: na horní a dolní podstavu tělesa působí

2 tečné síly $\vec{F}$, $-\vec{F}$ v rovinách těchto podstav

- např. nýty, šrouby

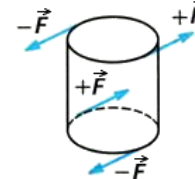


– **střih**: deformace smykem, která probíhá na krátké vzdálenosti, vektorové přímky $\vec{F}$, $-\vec{F}$ jsou blízko u sebe



– **krutem (kroucením)**: na koncích působí 2 silové dvojice, jejichž momenty sil jsou stejně velké, ale opačného směru

- např. hřídele, vrtáky, šrouby při utahování



d) síly pružnosti F_p – síly, které vznikají v tělese při deformaci, brání vychylování částic z rovnovážných poloh

- u pružně deformovaného pevného tělesa působí na plochu libovolného řezu z obou stran
- v rovnovážném stavu $F_p = F$ F ... velikost deformačních sil

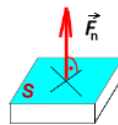
e) mechanické napětí – fyz. vel. charakterizující tzv. **stav napjatosti**, který vznikne při deformaci tělesa v libovolném příčném řezu tělesa (S ... plocha příčného řezu)

– **normálové** σ_n (sigma): deformační síly působí kolmo na plochu příčného řezu

$$\sigma_n = \frac{F_n}{S} \quad [\sigma_n] = \text{Pa}$$

– při deformaci tlakem, tahem

(např. nalepená náplast tažená kolmo na ruku)

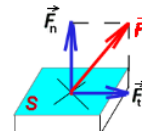
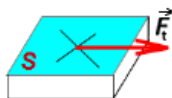


– **tečné** τ (tau): deformační síly působí v ploše příčného řezu

$$\tau = \frac{F_t}{S} \quad [\tau] = \text{Pa}$$

– při deformaci smykem

(např. nalepená náplast tažená podél ruky)



– většinou působí deformační síly pod jinými úhly

f) příklady (další viz praktické cvičení 5)

- ① Na drát o průměru 2 mm zavěsíme těleso o hmotnosti 20 kg. Jaké napětí v drátu vznikne?
[64 MPa]

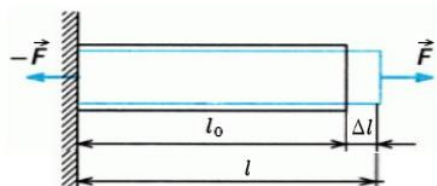
$$\begin{aligned} d &= 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow r = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ m &= 20 \text{ kg} \\ \sigma_n &= ? \text{ Pa} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{F_n}{S} = \frac{F_G}{\pi r^2} = \frac{mg}{\pi r^2} \\ \sigma_n &= \frac{20 \cdot 10}{3,14 \cdot (1)^2} \text{ Pa} = 64 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 64 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- ② Jaký průměr musí mít závěsné lano jeřábu, aby při rovnoměrném zvedání nákladu o hmotnosti 2,5 t nepřekročilo normálové napětí v libovolném příčném řezu hodnotu 60 MPa? [2,3 cm]

$$\begin{aligned} m &= 2,5 \text{ t} = 2\,500 \text{ kg} \\ \sigma_n &= 60 \text{ MPa} = 60 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ d &= ? \text{ m} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{F_n}{S} = \frac{F_G}{\pi r^2} \\ \sigma_n &= \frac{mg}{\pi r^2} \Rightarrow \sigma_n r^2 = \frac{mg}{\pi} \Rightarrow r^2 = \frac{mg}{\pi \sigma_n} \\ r &= \sqrt{\frac{mg}{\pi \sigma_n}} = \sqrt{\frac{2\,500 \cdot 10}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^6}} \text{ m} = 0,0115 \text{ m} \\ d &= 2r = 0,023 \text{ m} = 2,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

5.6 Hookův zákon

a) **pružná deformace tahem** – těleso se působením deformačních sil F prodlouží



– **prodloužení** $\Delta l = l - l_0$

l_0 ... počáteční délka

l ... konečná délka

$$l = l_0 + \Delta l$$

b) **relativní (poměrné) prodloužení** ε – fyz. vel. (číselně rovna prodloužení vztaženému na jednotku délky), podíl prodloužení Δl a původní délky l

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (\text{bezrozměrná fyz. vel.}), \text{ často v \%: } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100 \%$$

c) **Hookův zákon** (angl. fyzik 1676)

Při pružné deformaci tahem je normálové napětí přímo úměrné relativnímu prodloužení (poměrné prodloužení je přímo úměrné normálovému napětí).

$$\sigma_n = E \varepsilon \quad \left(\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma_n \right)$$

E ... Youngův [jangův] **modul pružnosti v tahu** (hodnoty pro různé látky v tab.)

(stejně hodnoty i pro deformaci tlakem $\rightarrow \varepsilon$... relativní zkrácení)

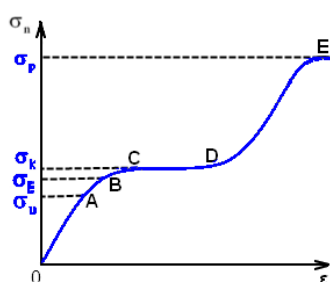
– **jiné vyjádření Hookova zákona**

$$\text{– dosadíme za } \sigma_n = \frac{F}{S} \text{ a } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \frac{1}{E} \frac{F}{S} l_0$$

$$\text{– určení } l = l_0 + \Delta l = l_0 + \frac{1}{E} \frac{F}{S} l_0 = l_0 \left(1 + \frac{1}{E} \frac{F}{S} \right) = l_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{E} \right) = l_0 \left(1 + \frac{\sigma_n}{E} \right)$$

d) **diagram trhací zkoušky** – vyj. závislost normálového napětí σ_n (způsobeného tahovou silou) na relativním prodloužení ε (určuje se na trhacích strojích, tyče rozměrově stejné)
– graf závislosti σ_n na ε (křivka deformace) pro tyč z měkké oceli



OA ... **pružná deformace**, oblast platnosti Hookova zákona

σ_u ... **mez úměrnosti** – největší σ , pro které platí Hookův zákon

AB ... **dopružování**, přestanou-li působit defor. síly, mizí deformace až za určitou dobu (např. prohnutá zatížená polička)

σ_E ... **mez pružnosti (elasticity)** napětí v bodě B (většinou se příliš neliší od meze úměrnosti)

CD ... **tečení materiálu** (malé změně normálového napětí odpovídá velká změna relativního prodloužení ε)

σ_k ... **mez kluzu** – napětí, při kterém nastává náhlé prodloužení materiálu

DE ... **zpevnění materiálu**, které končí dosažením meze pevnosti, po jejímž překročení se poruší soudržnost materiálu (tyč se začne v určitém místě zužovat, až se přetrhne)

σ_k ... **mez pevnosti** – napětí, při kterém se tyč začne na jednom místě prudce zužovat až dojde k jejímu přetržení (průřez se začne zmenšovat $\rightarrow$ jiný průběh grafu)

BE ... **oblast plastické deformace** (přetrvává, i když přestanou vnější síly působit)

- křivka deformace je různá pro různé látky a podle jejího tvaru je možno vybrat nejvhodnější materiál (pevný, křehký, ...) pro daný účel (stavba, konstrukce, ...)

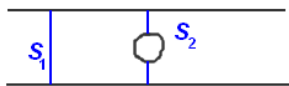
e) dovolené napětí σ_d – maximální přípustná hodnota normálového napětí v praxi při deformaci tahem nebo tlakem

- volí se značně menší než mez pevnosti σ_p

součinitel bezpečnosti k – zavádí se v praxi příslušnými předpisy

$$k = \frac{\sigma_p}{\sigma_d} \quad - \text{pro kovy 4-8; dřevo, kámen, lana výtahů 10; řemeny, provazy 4-6}$$

nebezpečné průřezy – nutno na ně dávat pozor, může to být i porucha v materiálu, která není vidět



- normálové napětí pro menší průřez je při stejné deformační síle větší než pro průřez větší

- např. pásek se přetrhne nejčastěji v místě dírk

f) příklady (další viz praktické cvičení 5)

- ① Ocelový drát má délku 6 m a příčný průřez 1 mm². Jakou tahnou silou se prodlouží o 5 mm? (pro ocel $E = 220 \text{ GPa}$) [183 N]

$$l_0 = 6 \text{ m}$$

$$S = 1 \text{ mm}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = 220 \text{ GPa} = 220 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$F = ? \text{ N}$$

$$\sigma_n = E\varepsilon \quad \sigma_n = \frac{F}{S} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow F = SE \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$F = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 220 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{6} \text{ N} = \frac{220 \cdot 5}{6} \text{ N} = \frac{1100}{6} \text{ N}$$

$$F = 183 \text{ N}$$

- ② Zavěšením desetikilogramového závaží se dvoumetrovy drát o průřezu 2 mm² prodloužil o 1 mm. Určete Youngův modul pružnosti v tahu. [100 GPa]

$$m = 10 \text{ kg} \Rightarrow F_G = F = 100 \text{ N}$$

$$l_0 = 2 \text{ m}$$

$$S = 2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = ? \text{ Pa}$$

$$\sigma_n = E\varepsilon \quad \sigma_n = \frac{F}{S} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow E = \frac{Fl_0}{S\Delta l} = \frac{F_G l_0}{S\Delta l} \left[= \frac{mgl_0}{S\Delta l} \right]$$

$$E = \frac{100 \cdot 2}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 1} \text{ Pa} = 100 \cdot 10^9 \text{ Pa} = 100 \text{ GPa}$$

- ③ Litinový sloup kruhového příčného řezu může být zatížen do 2 MN. Vypočítejte průměr sloupu, je-li mez pevnosti litiny v tlaku 700 MPa a koeficient bezpečnosti byl zvolen 5. [asi 13,5 cm]

$$F_{\text{dov}} = 2 \text{ MN} = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\sigma_p = 700 \text{ MPa} = 700 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$k = 5$$

$$d = ? \text{ m}$$

$$\sigma_d = \frac{\sigma_p}{k} \quad \sigma_d = \frac{F_{\text{dov}}}{S} = \frac{F_{\text{dov}}}{\pi r^2}$$

(L strany se rovnají $\rightarrow$ P strany se rovnají)

$$\frac{\sigma_p}{k} = \frac{F_{\text{dov}}}{\pi r^2}$$

$$\pi r^2 \sigma_p = k F_{\text{dov}}$$

$$r^2 = \frac{k F_{\text{dov}}}{\pi \sigma_p}$$

$$d = 2r = 2 \sqrt{\frac{k F_{\text{dov}}}{\pi \sigma_p}} = 2 \sqrt{\frac{5 \cdot 2 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 700 \cdot 10^6}} \text{ m}$$

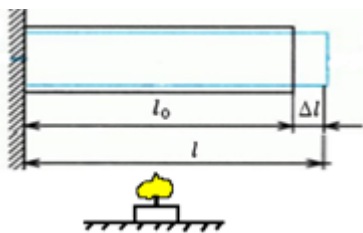
$$d = 0,135 \text{ m} = 13,5 \text{ cm}$$

5.7 Teplotní roztažnost pevných látek

a) teplotní roztažnost – fyz. jev, při kterém dochází ke změně rozměrů tělesa při změně jejich teploty

b) teplotní délková roztažnost – u tělesa, jehož ostatní rozměry jsou zanedbatelné vzhledem k jeho délce

– např. u tyčí, drátů, trubíc,...



– z měření plyne $\Delta l = \alpha l_0 \Delta t$

Prodloužení Δl je přímo úměrné počáteční délce l_0 tyče a přírůstku její teploty Δt a závisí také na druhu (materiálu) látky,

což charakterizuje tzv. **teplotní součinitel délkové roztažnosti α**

(hodnoty v MFCh tabulkách, závisí i mírně na teplotě) $[\alpha] = K^{-1}$

– konečná délka $l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha l_0 \Delta t = l_0(1 + \alpha \Delta t)$

c) teplotní objemová roztažnost – u těles, u nichž se při změně teploty o Δt změní objem o ΔV z počátečního objemu V_0 na konečný objem V

– změna objemu tělesa $\Delta V = \beta V_0 \Delta t$

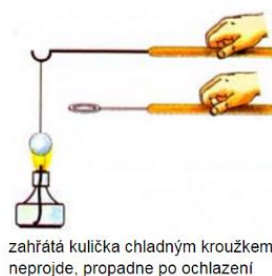
– pro izotropní těleso z pevné látky $\beta \approx 3\alpha$

– konečný objem

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \beta V_0 \Delta t$$

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t) = V_0[1 + \beta(t - t_0)]$$

– **teplotní součinitel objemové roztažnosti β** : závisí na druhu (materiálu) látky, mírně na teplotě (hodnoty v tabulkách jen pro α)



zahřátá kulička chladným kroužkem neprojde, propadne po ochlazení

d) význam v praxi

– **lana, vodiče**: v létě prověšeny více, v zimě méně

– **dlouhé konstrukce, domy, potrubí**: dilatační smyčky, dilatační spáry, pružná kolena

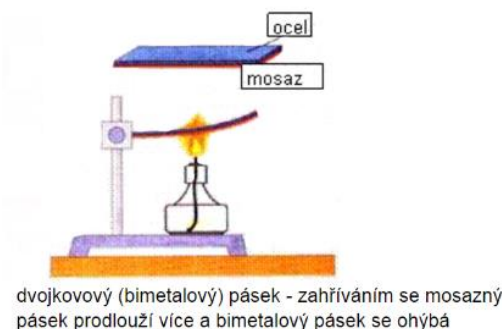
– **mosty**: jeden konec na válečcích

– délková měřidla, odměrné válce, baňky, pipety, ... udávají správné hodnoty jen při teplotě, pro kterou byly opatřeny stupnicí

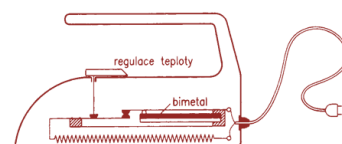
– přesné délkové normály zhotoveny z kovů o malém teplotním součiniteli roztažnosti (např. slitina platiny a iridia nebo invaru – slitina železa a niklu)

– **bimetal**: dvojkov, 2 snýtované proužky 2 kovů s různým teplotním součinitelem délkové roztažnosti α

– při zahřívání se zkroutí, ohne → užití v regulační technice k rozpojení obvodu; bimetalový teploměr; termostat v žehličce, v chladničce apod.



dvojkovový (bimetalový) pásek - zahříváním se mosazný pásek prodlouží více a bimetalový pásek se ohýbá



e) příklady (další v teoretickém cvičení 5)

- ① Měděný drát má při teplotě -5°C délku 21,55 m. Jakou délku má drát při teplotě 30°C ? O jakou délku se drát prodloužil ($\alpha_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)? [1,3 cm]

$$\begin{aligned} t_0 &= -5^{\circ}\text{C} & \Delta L &= L_0 \alpha \Delta t & \Delta L &= L - L_0 \\ L_0 &= 21,55 \text{ m} & \Delta L &= L_0 \alpha (t - t_0) \\ t &= 30^{\circ}\text{C} & \Delta L &= 21,55 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot (30 - (-5)) \text{ m} \\ \alpha_{\text{Cu}} &= 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} & \Delta L &= 0,013 \text{ m} = \underline{1,3 \text{ cm}} \\ L &= ? \text{ m} & L &= L_0 + \Delta L = 21,55 \text{ m} + 0,013 \text{ m} = \underline{21,563 \text{ m}} \\ \Delta L &= ? \text{ m} \end{aligned}$$

- ② Určete teplotní součinitel délkové roztažnosti ocelového drátu o délce 200 m, jestliže se jeho délka při zvětšení teploty o 5°C zvětšila o 12 mm. [$1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$]

$$\begin{aligned} L_0 &= 200 \text{ m} & \Delta L &= \alpha L_0 \Delta t \\ \Delta t &= 5^{\circ}\text{C} & \alpha &= \frac{\Delta L}{L_0 \Delta t} = \\ \Delta L &= 12 \text{ mm} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m} & \alpha &= \frac{12 \cdot 10^{-3}}{200 \cdot 5} \text{ K}^{-1} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} = \underline{1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}} \\ \alpha_{\text{oc}} &= ? \text{ K}^{-1} & (\alpha &= 1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}) \end{aligned}$$

- ③ Ocelový drát má při teplotě -15°C délku 100,00 m. Jakou délku má při teplotě 45°C . ($\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) [100,07 m]

$$\begin{aligned} t_0 &= -15^{\circ}\text{C} & L &= L_0 + \Delta L & \Delta L &= \alpha L_0 \Delta t = \alpha L_0 (t - t_0) \\ L_0 &= 100,00 \text{ m} & L &= L_0 + \alpha L_0 \Delta t \\ t &= 45^{\circ}\text{C} & L &= L_0 [1 + \alpha \Delta t] \\ \alpha &= 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} & L &= L_0 [1 + \alpha (t - t_0)] \\ L &= ? \text{ m} & L &= 100,00 [1 + 11,5 \cdot 10^{-6} (45 - (-15))] \text{ m} \\ & & L &= \underline{100,07 \text{ m}} \end{aligned}$$

[nebo nřp. $\Delta L \Rightarrow L = L_0 + \Delta L$]

- ④ Ocelové potrubí parního vedení má při teplotě 20°C délku 45,00 m. Jak se zvětší délka potrubí, proudí-li v něm pára o teplotě 450°C ($\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)? [45,23 m]

$$\begin{aligned} t_0 &= 20^{\circ}\text{C} & L &= L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha L_0 \Delta t \\ L_0 &= 45,00 \text{ m} & L &= L_0 [1 + \alpha \Delta t] = L_0 [1 + \alpha (t - t_0)] \\ t &= 450^{\circ}\text{C} & L &= 45,00 [1 + 1,2 \cdot 10^{-5} (450 - 20)] \text{ m} \\ \alpha &= 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} & L &= \underline{45,23 \text{ m}} \quad [\Delta L = 0,23 \text{ m} = 23 \text{ cm}] \\ L &= ? \text{ m} \end{aligned}$$

Aby se potrubí, kterým prochází horká pára, nepochánilo, skládají se pevně kolmo.